

Análisis dinámico de sensores de velocidad

Arturo Ruiz Rueda

Centro Nacional de Metrología, Instituto Tecnológico de Celaya, México

Guillermo Silva Pineda, Sergio R. Rojas Ramírez

Centro Nacional de Metrología, México

RESUMEN

La calibración de sensores de vibración permite conocer, en condiciones controladas y reproducibles, algunos de sus parámetros característicos tales como sensibilidad, función de respuesta a la frecuencia, linealidad y estabilidad temporal, por mencionar algunos. El conocer dichos parámetros permite proponer posibles mejoras en sus características y así obtener mejores resultados. A continuación se presentan los resultados obtenidos al analizar dinámicamente sensores de velocidad de vástago directo tipo bobina móvil utilizados para la medición de vibraciones en máquinas balanceadoras.

Un excitador electrodinámico de vibraciones se usa para generar un movimiento armónico simple a una frecuencia y un nivel de velocidad controlados que se determinan usando un acelerómetro piezoeléctrico que presenta mayor estabilidad y mejores características dinámicas que el sensor de velocidad estudiado. Se obtiene la sensibilidad de los sensores de velocidad a 160 Hz y la función de respuesta a la frecuencia se evalúa experimentalmente en el intervalo de 12 Hz a 80 Hz. Cabe mencionar que sería deseable realizar mediciones a frecuencias menores de 12 Hz, pero esto no es posible debido a limitaciones del equipo con el que se cuenta. Debido a lo anterior la frecuencia natural del sensor se estimará en vibración libre.

Se usa un sistema masa – resorte – amortiguador para modelar el comportamiento dinámico del sensor de velocidad. La frecuencia natural y el factor de amortiguamiento del sistema se determinan experimentalmente llevando a la masa a una posición de desplazamiento máximo y dejando al sistema oscilar en vibración libre. La respuesta dinámica del sistema se registra usando una tarjeta adquisidora de datos, los datos capturados se procesan en MATLAB® y se muestran tanto en el dominio del tiempo así como en el dominio de la frecuencia.

El análisis de los resultados obtenidos indica que el sistema dinámico presenta un comportamiento no lineal en el elemento elástico. El comportamiento dinámico observado en el sistema es similar al de un sistema cuyo resorte presenta una elasticidad variable, presentando una pérdida de elasticidad a medida que crece la amplitud del movimiento. Se analizan posibles modificaciones al sistema dinámico para ampliar su intervalo lineal, además se analiza el problema en que la elasticidad de un resorte es función de su longitud.

1. MOBILIDAD MECÁNICA

1.1 Introducción

Las características dinámicas de estructuras pueden determinarse mediante mediciones de movilidad o por las relaciones de funciones de respuesta a la frecuencia llamadas acelerancia y compliancia dinámica. Estas funciones de respuesta a la frecuencia describen las relaciones de las respuestas de movimiento de una estructura a una fuerza de entrada como una función de la frecuencia. Esta razón de respuesta tiene una magnitud igual a la relación de las magnitudes de salida y entrada y una fase igual a la fase de salida relativa a la entrada.

Las mediciones de movilidad se utilizan para:

1. Predecir la respuesta dinámica de estructuras a fuerzas de entrada arbitrarias.
2. Determinar los modos de resonancia estructurales (frecuencias naturales, formas modales y relaciones de amortiguamiento).
3. Determinar la interacción dinámica de estructuras y equipos interconectados
4. Determinar las propiedades dinámicas de materiales o compuestos (módulos de elasticidad complejos).

La movilidad mecánica se define como la relación entre el fasor de velocidad y el fasor de la fuerza aplicada. Las mediciones de movimiento se realizan usualmente con acelerómetros. Los datos de aceleración deben convertirse a velocidad si se desea obtener la movilidad mecánica del sistema bajo medición. Alternativamente, la relación de aceleración a fuerza, llamada acelerancia, puede utilizarse para caracterizar una estructura. En otros casos, la compliancia dinámica, que es la relación del fasor de desplazamiento al fasor de la fuerza de entrada también puede utilizarse para caracterizar una estructura.

1.2 Movilidad

La movilidad, Y_{ij} , es la relación del fasor de velocidad en el punto i y el fasor de la fuerza de excitación en el punto j con todos los otros puntos de conexión libres, por ejemplo, teniendo ninguna fuerza de restricción dinámica. Si la velocidad se mide en metros por segundo y la fuerza en newtons, las unidades de movilidad serán $m/(N \cdot s)$. Considere un sistema expresado en la matriz de movilidad,

$$[Y]\{F\} = \{v\} \quad (1)$$

donde: $\{F\}$ es el vector de fuerza externo de entrada;
 $[Y]$ es la matriz de movilidad, y;
 $\{v\}$ es el vector de respuesta en velocidad

Si se establece que una movilidad es un elemento de la matriz de movilidad, se asumen las siguientes condiciones de restricción implícitamente. El punto de excitación se excita con una fuente y se miden los resultados del movimiento. Esto implica que la respuesta al movimiento del punto de excitación se mide cuando la fuerza dinámica externa en el punto de respuesta es

cero, excepto para el caso en donde el punto de respuesta y el punto de excitación son los mismos. Todos los otros puntos del sistema no restringidos por condiciones de frontera establecidas se establecen con impedancia cero, esto es, la fuerza dinámica es cero.

2. REQUERIMIENTOS BÁSICOS PARA MEDICIONES DE FUERZA Y MOVIMIENTO

2.1 Requerimientos para transductores de medición de movimiento

Los sensores de movimiento más comúnmente utilizados para mediciones de movilidad mecánica son los acelerómetros; sin embargo, también son utilizados transductores de desplazamiento y de velocidad. Las características más importantes a considerar en la selección de un transductor son las siguientes:

1. Los transductores deben ser livianos o con diseños de no contacto para minimizar la carga estructural del sistema bajo medición;
2. El montaje del transductor a la estructura bajo prueba debe ser rígido en la dirección del eje de medición principal del transductor;
3. El área de contacto de montaje debe ser lo más pequeña posible para prevenir rigidizamiento o amortiguamiento de la estructura por el transductor y por los accesorios de montaje.

2.2 Determinación de la movilidad con excitación armónica

Cuando una función en el tiempo puede expresarse como

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi), \quad (2)$$

donde: A es la amplitud de la forma de onda armónica;
 ω es la frecuencia circular (rad/s);
 t es el tiempo (s); y
 ϕ es el ángulo de fase inicial (rad).

La función puede representarse en un plano complejo, tomando la siguiente forma

$$\bar{x}(t) = A e^{j(\omega t + \phi)}, \quad (3)$$

donde $j = \sqrt{-1}$, y

$x(t)$ es la proyección de $\bar{x}(t)$ sobre el eje real

$\bar{x}(t)$ puede considerarse como el vector de rotación centrado en el origen del plano complejo. Este vector de rotación comúnmente es llamado fasor. Si la relación de dos fasores se forma a una frecuencia dada, el resultado es un número complejo, y no es una función en el tiempo. Si un conjunto de éstos números complejos se forman para todas las frecuencias de interés, el resultado es una Función de Respuesta a la Frecuencia (FRF). Por ejemplo, si dos fasores son:

$$\bar{x}_1(\omega, t) = A_1(\omega) e^{j[\omega t + \phi_1(\omega)]}, \quad \text{y} \quad \bar{x}_2(\omega, t) = A_2(\omega) e^{j[\omega t + \phi_2(\omega)]}, \quad (4)$$

entonces,

$$H(\omega) = \bar{x}_1 / \bar{x}_2 = B(\omega)e^{j\theta(\omega)}, \quad (5)$$

donde

$$B(\omega) = A_1(\omega) / A_2(\omega), \quad \text{y} \quad \theta(\omega) = \phi_1(\omega) - \phi_2(\omega), \quad (6)$$

Ambas $B(\omega)$ y $\theta(\omega)$ pueden ser funciones de la frecuencia ω . La función de respuesta a la frecuencia $H(\omega)$ puede expresarse en forma polar por medio de la amplitud y la fase [$B(\omega)$ y $\theta(\omega)$] o en forma rectangular como componentes reales e imaginarios,

$$H(\omega) = R(\omega) + jI(\omega), \quad (7)$$

donde

$$R(\omega) = B(\omega) \cos \theta(\omega), \quad \text{y} \quad I(\omega) = B(\omega) \sin \theta(\omega) \quad (8)$$

La movilidad puede considerarse como una función de respuesta a la frecuencia dada por la relación de los fasores de velocidad y de fuerza.

2.3 Función de respuesta a la frecuencia

Un modelo eficiente de un sistema lineal es un modelo en el dominio de la frecuencia, donde el espectro de salida se expresa como el espectro de entrada que ha sido pesado mediante un sistema descriptor.

$$X(\omega) = H(\omega) \cdot F(\omega) \quad (9)$$

Este sistema descriptor $H(\omega)$ es llamado Función de Respuesta a la Frecuencia (FRF) y se define como:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad (10)$$

Esto representa la relación compleja entre la salida y la entrada como una función de la frecuencia ω . Para números complejos, la función tiene una magnitud $|H(\omega)|$ y una fase $\angle H(\omega) = \phi(\omega)$. La interpretación física de la FRF es que una fuerza de entrada senoidal, a una frecuencia ω , producirá un movimiento de salida senoidal a la misma frecuencia. La amplitud de salida es multiplicada por $|H(\omega)|$ y la fase, entre la salida y la entrada, estará dada por $\angle H(\omega)$. Debido a nuestra propia limitación de manejar sistemas lineales, cualquier espectro entrada-salida puede considerarse como la suma de sus senoidales. La FRF describe las propiedades dinámicas de un sistema independientemente del tipo de señal utilizada para la medición. La FRF es por lo tanto, igualmente aplicable a excitación armónica, transiente o aleatoria.

3. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

En algunas ocasiones es necesario medir vibración en partes pequeñas o livianas, si se utilizan otros sensores de velocidad en este tipo de aplicaciones, se puede reducir la vibración debido al propio peso del sensor. Para resolver este problema, pueden utilizarse sensores de velocidad tipo vástago como el mostrado en la figura 1. En estos sensores el vástago se extiende desde una bobina móvil dentro de la estructura del transductor y el movimiento del vástago se transmite directamente a la bobina. El transductor cuenta con imanes permanentes fijos

alojados en su cuerpo y de esta manera el movimiento de la bobina genera un campo magnético directamente proporcional al movimiento del vástago, el cuál está en contacto directo con la parte vibrante. De esta manera la vibración recibida por el vástago del transductor se mide en forma eléctrica en un multímetro, analizador, colector de datos o cualquier otro instrumento capaz de recibir y/o medir la tensión eléctrica de salida del transductor.

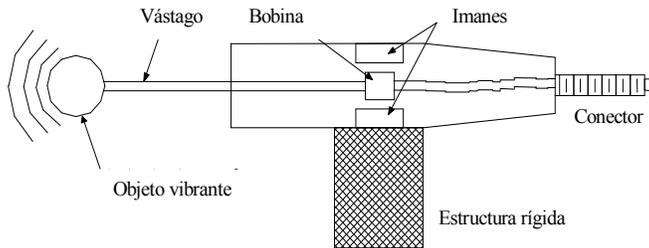


Figura 1. Sensor de velocidad Tipo vástago directo.

Debido a que la bobina del transductor es movida directamente por el vástago mientras que la cubierta del transductor permanece estacionaria, la sensibilidad no disminuye ni se requieren factores de corrección para bajas frecuencias, lo cual lo hace un transductor adecuado para bajas frecuencias; se emplea en máquinas de balanceo. Los problemas de interferencia magnética son semejantes a los del sensor sísmico de velocidad. Puesto que la bobina del transductor junto con la parte vibrante que se desea medir, la señal de salida del transductor no se altera a bajas frecuencias. Debido a lo anterior, este transductor es especialmente importante en la medición de vibración a bajas frecuencias y es utilizado en máquinas balanceadoras en donde las partes pueden ser balanceadas incluso a velocidades de 30 RPM con buenos resultados.

4. CARACTERIZACIÓN DE LOS SENSORES DE VELOCIDAD

4.1 Realización de mediciones

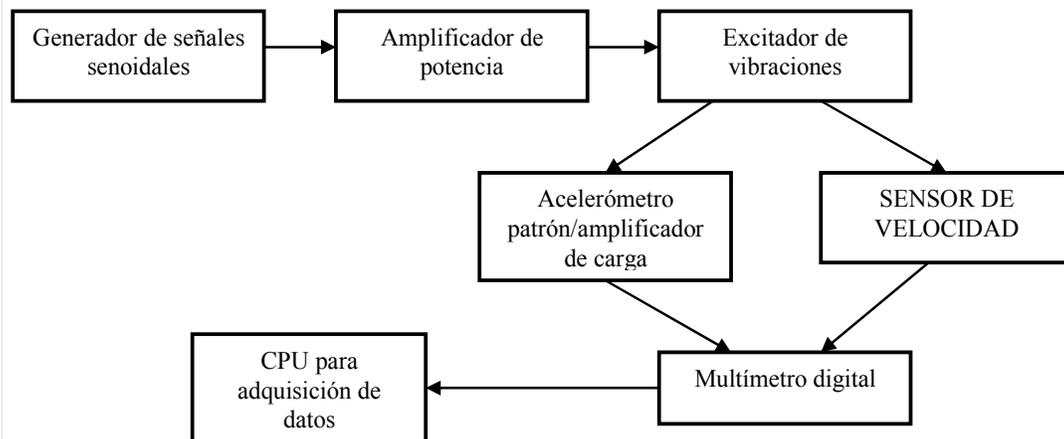


Fig. 2 Cadena de medición utilizada para obtener la sensibilidad y respuesta a la frecuencia del sensor de velocidad.

Para realizar la calibración del sensor de velocidad se utilizó el sistema Brüel&Kjær modelo 9559. Además, se generó un movimiento armónico simple conservando constantes la frecuencia de excitación y el nivel de velocidad, para esto se empleó un excitador de

vibraciones del tipo electrodinámico Brüel&Kjær modelo 1049. Adicionalmente, para medir la tensión eléctrica de salida se emplearon un multímetro de alta exactitud HP3458, un osciloscopio HP54600B y una tarjeta adquisidora de datos Keithley con velocidad de muestreo de 1 MHz. En la figura 2 se muestra la cadena de medición utilizada para obtener la sensibilidad del sensor y su respuesta a la frecuencia.

4.2 Obtención de la sensibilidad del sensor de velocidad

La sensibilidad del sensor de velocidad se obtiene a una aceleración de 15 m/s^2 y a una frecuencia de 160 Hz, ésta última es la frecuencia de referencia adoptada internacionalmente para la calibración de transductores de vibración según ISO5347 e ISO16063. Para tomar las mediciones, el transductor se monta rígidamente en una estructura fija, posteriormente se hace que la punta del vástago quede en contacto con la superficie vibrante asegurando que la vibración sea transmitida en forma íntegra al sensor. El sensor se monta de manera que el vástago sobresalga de la carcasa una distancia de 14,3 mm, aproximadamente, la medición de esta distancia es muy importante ya que pequeños errores provocan cambios significativos en la sensibilidad del sensor. Lo anterior se comprueba realizando mediciones a diferentes distancias, los resultados obtenidos se muestran en la tabla 1.

Distancia saliente del vástago (<i>milímetros</i>)	12,3	14,3	15,9	17,5
Sensibilidad (<i>mV/cm/s</i>)	394,26	434,89	451,08	412,88

Tabla 1. Sensibilidad del sensor de velocidad variando la distancia saliente del vástago.

4.3 Respuesta a la frecuencia con una distancia saliente del vástago de 14,3 mm

La respuesta a la frecuencia del sensor se obtiene al realizar mediciones puntuales a una velocidad constante de 1,0 cm/s en el intervalo de frecuencias de 12 Hz a 80 Hz. No se realizan mediciones a frecuencias menores debido a limitaciones del excitador de vibraciones utilizado, sin embargo en este intervalo pueden obtenerse resultados confiables que se presentan en la figura 3.

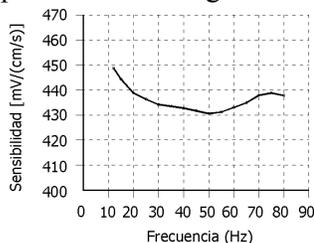


Figura 3. Respuesta a la frecuencia del sensor de velocidad a una distancia saliente del vástago de 14,3 mm manteniendo una velocidad constante de 1 cm/s.

4.4 Estimación de la relación de amortiguamiento

Para la estimación del amortiguamiento del sensor de velocidad, se hacen mediciones a la frecuencia natural cuando el vástago del sensor de velocidad está en vibración libre. Los datos se capturan en una tarjeta adquisidora de datos, se toman 414 datos en un tiempo de 2,7533 s. Los datos se procesan en MATLAB y se grafica la respuesta en tiempo y en frecuencia, ver figura 4. En la figura 4 se aprecia una frecuencia natural a aproximadamente 10 Hz. Con las mediciones realizadas se obtiene la frecuencia natural amortiguada del sistema. Se observa que el sistema presenta dos comportamientos, en las amplitudes grandes el sistema se comporta

como un sistema no lineal y al reducir las amplitudes se presenta un comportamiento lineal. Para estimar la relación de amortiguamiento se considera la parte lineal del sistema. En la figura 4a se muestra el espectro de frecuencia del sensor, se nota un comportamiento no lineal típico al llegar a frecuencias cercanas a 10 Hz, la amplitud crece casi en forma vertical, éste comportamiento se explica mediante el fenómeno del salto descrito en 4.5.

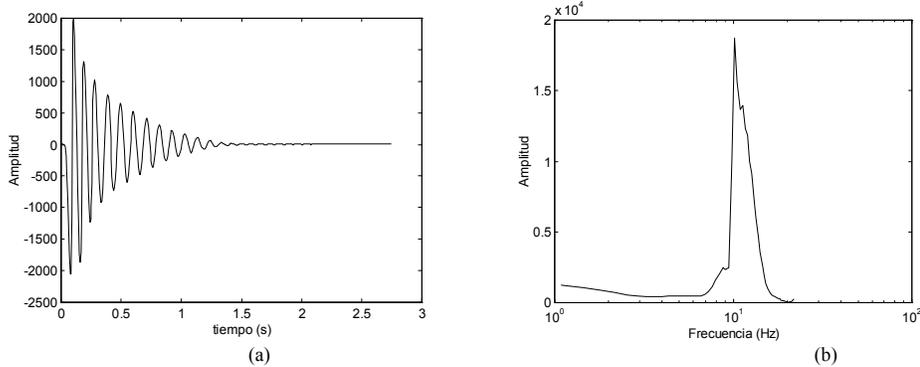


Figura 4. (a) señal del sensor - tiempo y; (b) espectro frecuencia - amplitud.

4.5 El fenómeno del salto

En fenómenos de este tipo, se encuentra que la amplitud A sufre un salto discontinuo y súbito cerca de la resonancia. El fenómeno del salto puede describirse como sigue. Para el resorte suavizado, cuando la frecuencia de excitación crece, la amplitud crece gradualmente hasta que el punto (a) es alcanzado, ver figura 5. Entonces, la amplitud salta súbitamente a un valor mayor indicado por el punto (b) y disminuye a lo largo de la curva hacia la derecha. Al bajar la frecuencia desde el punto (c), la amplitud continua creciendo más allá de b hasta el punto (d) y súbitamente cae a un valor menor en (e). En la figura 5 la región sombreada es inestable; la extensión de la inestabilidad depende de varios factores tales como la magnitud del amortiguamiento presente y de la tasa de cambio de la frecuencia de excitación. Si un resorte endurecido hubiera sido escogido, un análisis similar sería aplicable.

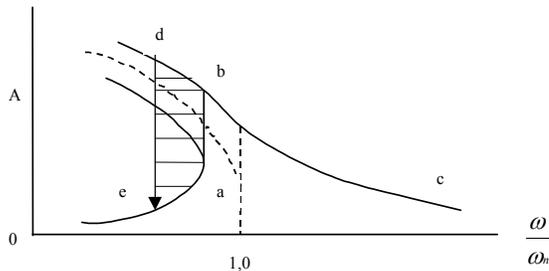


Figura 5. Fenómeno del salto para un resorte suavizado.

4.6 Obtención de la frecuencia natural del sistema

La frecuencia natural del sensor de velocidad se estima considerando su comportamiento lineal. En la figura 4a se observa que en el intervalo lineal el movimiento amortiguado tiene un periodo, $T_d=0,1067$ s, la señal se digitaliza a una frecuencia de muestreo de 150 Hz para eliminar el error de enmascaramiento (*aliasing*). Por tanto, la frecuencia amortiguada del movimiento es, $f_d=1/T_d=9,375$ Hz. El decremento logarítmico en la amplitud del movimiento, δ , y la razón de amortiguamiento, ζ , son estimadas por las siguientes relaciones,

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{x_0}{x_n} = 0,35 \qquad \zeta = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{0,35}{2\pi} = 0,06 \qquad (11)$$

La razón de amortiguamiento, ζ , se obtiene también con el espectro de la figura 4b y la relación,

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{f_2 - f_1}{f_n} = \frac{11,259 - 9,806}{2 * 10,169} = 0,07 \quad (12)$$

La diferencia en los valores de la razón de amortiguamiento, ζ , obtenidos con las relaciones (11) y (12) se puede considerar despreciable en la práctica, por ejemplo, para amortiguadores de automóviles, ζ , oscila entre 0,1 y 0,5; mientras que para hule y elastómeros alcanza valores alrededor de 0,04. Con los datos anteriores se puede estimar la frecuencia natural, f_n , del sensor de velocidad.

$$f_n = \frac{f_d}{\sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{9,375}{\sqrt{1 - (0,06)^2}} = 9,4 \text{ Hz} \quad (13)$$

Para estimar la constante de elasticidad del sensor de velocidad se aplica una fuerza creciente y se mide la deformación elástica, los resultados obtenidos se pueden observar en la figura 6. De esta forma se determina que la constante de elasticidad, k , del sensor de velocidad es de 66,4 N/m. Finalmente, se determinó que la masa total, m , del elemento móvil del sensor de velocidad tiene una masa aproximada de 19 gramos.

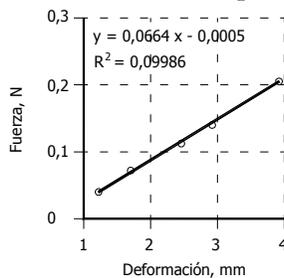


Figura 6. Constante de elasticidad del sensor de velocidad

Una vez que han sido medidas la constante de elasticidad, k , y la masa total del elemento móvil, m , se puede comprobar la frecuencia natural no amortiguada, f_n , del sensor de velocidad usando la siguiente relación.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{66,4}{0,019}} = 9,4 \text{ Hz} \quad (14)$$

5. CONCLUSIONES

Se identifica la transición entre el comportamiento no lineal y lineal del sensor de velocidad. Se aprecia que su elemento elástico pierde rigidez a medida que crece la amplitud, éste comportamiento se puede atenuar agregando espiras útiles al resorte. Se comprueban los parámetros constitutivos de masa móvil, elasticidad y relación de amortiguamiento usando técnicas experimentales independientes. Se proyecta comprobar la exactitud de cada una de las técnicas empleadas en éste trabajo.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1].- STEIDEL R.F. (1989), An introduction to mechanical vibration, John Wiley, USA.
- [2].- THOMSON W.T. (1981), Teoría de vibraciones. Aplicaciones, Prentice Hall, México.
- [3].- IRD MECHANALYSIS (1984), *Dynamic Balancing*, Vibration Technology – III, USA.
- [4].- ANSI S2.31 – 1979, Methods for the experimental determination of mechanical mobility. Part I: Basic definitions and transducers, USA.
- [5].- ANSI S2.32 – 1982, Methods for the experimental determination of mechanical mobility. Part II: Measurements using single point translational excitation, USA.